

教育图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

QUANPIN DUANPINGKUAI 全品短平快

主编 肖德好

热点题型突破

数学

天津出版传媒集团
天津人民出版社



教育图书



功能学具



学生之家

基础教育行业专研品牌

30⁺年专注教育行业

全品短平快

----- 本册主编 -----

张华齐

----- 编 者 -----

张华齐 王 庶 吴 跃

主编 肖德好

数学

天津出版传媒集团

天津人民出版社

CONTENTS 目录

题型 I 小题 · 针对练

小题 1	集合与常用逻辑用语、复数	001	小题 14	递推数列与数列应用	014
小题 2	不等式的性质与基本不等式	002	小题 15	空间几何体的表面积与体积	015
小题 3	函数图象与函数解析式	003	小题 16	空间几何体与球的切接问题	017
小题 4	基本初等函数、函数与方程	004	小题 17	空间位置关系	018
小题 5	函数的性质	005	小题 18	立体几何的截面、轨迹和折叠问题	019
小题 6	导数的几何意义	006	小题 19	直线与圆、圆与圆的位置关系	020
小题 7	导数与函数的单调性、极值、最值	007	小题 20	圆锥曲线的概念与基本性质	021
小题 8	导数中的函数构造问题	008	小题 21	离心率	022
小题 9	三角恒等变换	009	小题 22	圆锥曲线的综合问题	023
小题 10	三角函数的图象与性质	010	小题 23	排列组合与二项式定理	024
小题 11	平面向量	011	小题 24	古典概型与事件的独立性	025
小题 12	解三角形	012	小题 25	条件概率与全概率公式	026
小题 13	等差数列、等比数列的基本运算	013	小题 26	随机变量及其分布	027
			小题 27	统计与成对数据的统计分析	028

题型 II 解答 · 针对练

解答 1	三角函数的性质及应用	029	解答 14	概率与统计中数字特征、统计图	042
解答 2	利用正、余弦定理判定三角形形状	030	解答 15	独立性检验	043
解答 3	证明三角形中的恒等式或不等式	031	解答 16	条件概率与全概率公式	045
解答 4	利用正、余弦定理求三角形线段长度、面积	032	解答 17	随机变量及其分布	046
解答 5	平面几何图形中的计算	033	解答 18	概率与统计的综合应用	047
解答 6	立体几何中的空间角	034	解答 19	直线与圆锥曲线	049
解答 7	立体几何中的空间距离	035	解答 20	圆锥曲线中的定点、定值、定直线问题	050
解答 8	立体几何中的翻折问题	036	解答 21	圆锥曲线中的探索性问题	051
解答 9	立体几何中动点存在问题	037	解答 22	圆锥曲线中的范围与最值问题	052
解答 10	等差、等比数列通项、求和问题	038	解答 23	导数与函数的单调性、极值与最值问题	053
解答 11	数列的求和问题	039	解答 24	导数与函数零点、极值点问题	054
解答 12	数列的证明	040	解答 25	函数与导数中的恒成立、有解问题	055
解答 13	数列的综合应用	041	解答 26	函数与导数中的不等式证明	056

题型 III 教考衔接 · 拓展练

拓展 1	集合与事件关系	057	拓展 6	直线方程	062
拓展 2	反函数	058	拓展 7	截面中的圆锥曲线	063
拓展 3	三次函数	059	拓展 8	圆锥曲线的光学性质	065
拓展 4	海伦和秦九韶	060	拓展 9	牛顿法与代数基本定理	067
拓展 5	祖暅原理	061	拓展 10	概率与数列	068

小题 1 集合与常用逻辑用语、复数

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

1. [2026·北京西城区二模] 已知集合 $A = \{n | n = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 集合 $B = \{1, 3, 5, 7\}$, 则 ()

A. $B \subseteq A$ B. $B \subseteq \complement_{\mathbf{Z}} A$
C. $A \cap B = B$ D. $A \cup B \neq A$

2. [2026·辽宁大连一模] $i^2(2+3i)$ 的虚部为 ()

A. $-3i$ B. -3
C. -2 D. 3

3. [2026·东北三省三校一模] 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, e^x > \ln x + 1$ ”的否定是 ()

A. $\forall x \in \mathbf{R}, e^x \leq \ln x + 1$
B. $\exists x \in \mathbf{R}, e^x \leq \ln x + 1$
C. $\forall x \notin \mathbf{R}, e^x > \ln x + 1$
D. $\exists x \notin \mathbf{R}, e^x > \ln x + 1$

4. [2026·河北石家庄二模] 已知 i 为虚数单位, 若复数 $z = (1+i)(2-i)$, 则 z 在复平面内对应的点在 ()

A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

5. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 若集合 $M = \{x | \sqrt{x} < 4\}$, $N = \{x | y = \ln(x+1)\}$, 则 $M \cap N =$ ()

A. $(-1, 16)$ B. $(-\infty, 16)$
C. $(0, 16)$ D. $[0, 16)$

6. 已知集合 $A = \{x | (x-a)(x+1) \leq 0\} (a > 0)$, $B = \{x \in \mathbf{N} | tx = 6, t \in \mathbf{N}^*\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[6, +\infty)$ B. $(6, +\infty)$
C. $[3, +\infty)$ D. $(3, +\infty)$

7. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 已知 $a > 0$, $b > 0$, $0 < c < 1$, 则“ $a^c < b^c < 1$ ”是“ $c^b < c^a < 1$ ”的 ()

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

8. [2026·陕西西安模拟] 已知 $A = \{z | |z+1| = 1, z \in \mathbf{C}\}$, $B = \{z | |z-2-i| = m, z \in \mathbf{C}\}$, 若集合 $A \cap B$ 中有且仅有一个元素, 则 m 的所有可能取值之积为 ()

A. 4 B. $\sqrt{5} - 1$
C. $\sqrt{10} - 1$ D. 9

二、多选题

9. [2026·浙江杭州模拟] 设 i 为虚数单位, 复数 $z_1 = 2i$, $z_2 = 1-i$, 则下列说法正确的是 ()

A. 复数 $z_1 z_2$ 在复平面内对应的点在第一象限

B. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

C. $z_1 - \lambda z_2 (\lambda \in \mathbf{R})$ 可能为纯虚数

D. $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

10. 已知全集 $U = \{-2, -1, 0, 2, 3, 4\}$, 集合 $M = \{-1, 0, 2\}$, $N = \{x | x^2 + ax - 4 = 0\}$, 且 $N \subseteq U$, 则 ()

A. $a < 0$

B. $3 \notin (M \cup N)$

C. $M \cap N$ 中的元素个数为 2

D. $(\complement_U M) \cap N \neq \emptyset$

三、填空题

11. 已知 $a \in \mathbf{R}$, i 为虚数单位, 若 $\frac{a-i}{\sqrt{3}+i}$ 为实数, 则 a 的值为_____.

12. 已知 $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 - 3x \geq -5$, 若 p 为真命题, 则 a 的取值范围为_____.

题号
答案区

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

小题 2 不等式的性质与基本不等式

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

- [2026 · 山东济宁三模] 已知集合 $A = \{x \mid |x-1| < 1\}$, $B = \left\{x \mid \frac{2x}{x+1} > 1\right\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $(0, 1)$
 B. $(1, 2)$
 C. $(0, 2)$
 D. $(-1, 2)$
- [2026 · 广东揭阳二模] 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 且 $a > b$, 则下列说法正确的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
 B. $ac^2 > bc^2$
 C. $a^2 > b^2$
 D. $e^a > e^b$
- [2026 · 湖北武汉模拟] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d > 0$, $a_4 = 2a_2$, 则 $a_2 + \frac{1}{d}$ 的最小值为 ()

A. 2
 B. $2\sqrt{2}$
 C. 4
 D. $4\sqrt{2}$
- [2026 · 浙江精诚联盟二模] 已知 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $ab \neq 0$, 则“ $a > |b|$ ”是“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{|b|}$ ”的 ()

A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
- 在下列关于实数 a, b 的四个不等式中, 不恒成立的是 ()

A. $a^2 + b^2 \geq 2ab$
 B. $a^2 + b^2 \geq 2b - 1$
 C. $|a| + |b| \geq |a + b|$
 D. $a + b \geq 2\sqrt{ab}$
- 已知函数 $y = 2ax + 2b (a > 0, b > 0)$ 的图象过函数 $f(x) = m^{x-1} + 1 (m > 0, m \neq 1)$ 的图象所过的定点, 则 $\frac{4}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 ()

A. 4
 B. 6
 C. 8
 D. 9

- [2026 · 湖南衡阳模拟] 已知正数 a, b 满足 $a + \frac{4}{b} = 1$, 则 $\frac{a}{b}$ 的最大值为 ()

A. $\frac{1}{32}$
 B. $\frac{1}{16}$
 C. $\frac{1}{8}$
 D. $\frac{1}{4}$
- [2026 · 江苏常熟模拟] 若关于 x 的不等式 $x^2 - ax + 2 > 0$ 在区间 $[1, 5]$ 上有解, 则 a 的取值范围是 ()

A. $(2\sqrt{2}, +\infty)$
 B. $(-\infty, 2\sqrt{2})$
 C. $(-\infty, 3)$
 D. $(-\infty, \frac{27}{5})$

二、多选题

- 已知 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$, 则 $a < b$
 B. 若 $a\sqrt{a} > b\sqrt{b}$, 则 $a > b$
 C. 若 $a < b < 0$, 则 $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$
 D. 若 $-2 < a < 3, 1 < b < 2$, 则 $-4 < a - b < 2$
- [2026 · 湖北黄冈三模] 若 $a > 0, b > 0, a + b = 4$, 则 ()

A. $a - \frac{4}{b} \geq 0$
 B. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 1$
 C. $\sqrt{a} + \sqrt{b} \leq 2\sqrt{2}$
 D. $12 < a^2 + 3b^2 < 48$

三、填空题

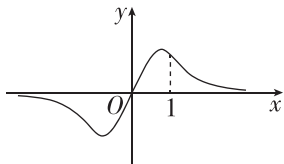
- 已知 $m > 0$, 不等式 $\frac{2x+1}{x-m} \leq 1$ 成立的一个充分不必要条件是 $-2 \leq x \leq 4$, 则 m 的取值范围是_____.
- [2026 · 河南郑州模拟] 已知对任意 $x \in (-2, +\infty)$, $x^2 + (4-a)x + 7 - 2a \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为_____.

小题3 函数图象与函数解析式

(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

- [2026·江西上饶一模] 已知函数 $f(3x+1)=(x+5)^2$, 则 $f(-2)=$ ()
A. 4 B. 9 C. 16 D. 25
- [2026·湖南天壹名校联盟一模] 设甲: 函数 $f(x)=\ln(\ln x)$ 有意义, 乙: 函数 $g(x)=\sqrt{\ln x}$ 有意义, 则甲是乙的 ()
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- [2026·北京东城区二模] 已知函数 $y=x^2+4^x$ 与 $y=x^2+2^{ax}$ 的图象关于 y 轴对称, 则 $a=$ ()
A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- [2026·江苏南京模拟] 已知常数 $a>0$, 函数 $f(x)=\frac{2^x}{2^x+ax}$ 的图象经过点 $P(p, \frac{6}{5})$ 和点 $Q(q, -\frac{1}{5})$, 若 $2^{p+q}=36pq$, 则 $a=$ ()
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
- [2026·福建福州模拟] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy+1$, $f(1)=0$, 则 $f(6)=$ ()
A. 34 B. 35 C. 36 D. 37
- [2026·广东深圳模拟] 已知函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x>0, \\ 2x+e, & x\leq 0, \end{cases}$ 若 $m<n$ 且 $f(m)=f(n)$, 则 $2m-n$ 的取值范围为 ()
A. $(-e, -1]$ B. $[1-e, -1]$ C. $(-1, e-1]$ D. $(1-e, -1]$
- [2026·辽宁大连一模] 已知函数 $y=f(x)$ 的图象如图, 则 $f(x)$ 的解析式可能为 ()



$$\begin{aligned} \text{A. } f(x) &= \frac{2^x-1}{2^x+1} & \text{B. } f(x) &= \frac{2x}{x^2+1} \\ \text{C. } f(x) &= \frac{2x^2}{x^4+1} & \text{D. } f(x) &= \frac{2x}{x^4+1} \end{aligned}$$

- 设函数 $f(x)=\left|\sin \frac{\pi}{2}x\right|$, $g(x)=e^{-|x-1|}$, 当 $x\in[-2023, 2025]$ 时, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象所有交点的横坐标之和为 ()
A. 4051 B. 4049 C. 2025 D. 2023

二、多选题

- 为了得到函数 $y=\log_2(2x)$ 的图象, 可以将函数 $y=\log_{\sqrt{2}}\sqrt{x}$ 图象上的所有点 ()
A. 横坐标变成原来的 $\frac{1}{2}$ (纵坐标不变)
B. 横坐标变成原来的 2 倍 (纵坐标不变)
C. 向上平移 1 个单位长度
D. 向左平移 1 个单位长度
- [2026·河北保定模拟] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 为偶函数, 且满足 $f(1+x)+f(x-1)=0$, 当 $x\in[1, 2]$ 时, $f(x)=x^2-4x+3$, 则下列说法正确的是 ()
A. $f(x)$ 为周期函数
B. $f(x)$ 的图象关于点 $(2, 0)$ 对称
C. 当 $x\in[-1, 1]$ 时, $f(x)=1-x^2$
D. $f(2026)<f\left(\frac{2x}{x^2+1}\right)$

三、填空题

- 写出一个满足 $f(x+y)=f(x)f(y)$ 的函数解析式 $f(x)=$ _____.
- [2026·江苏南京二模] 已知函数 $f(x)=x^3+3\sqrt{3}x^2+mx$ ($m\in\mathbf{R}$) 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $|f(x_1)-x_1|=|f(x_2)-x_2|$, 则 $m=$ _____.

班级

姓名

题号 答题区

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	

小题4 基本初等函数、函数与方程

(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

- [2026·湖北武汉三模] 集合 $A = \{x | \ln x \leq 2\}$, $B = \{y \in \mathbf{N} | 2^y > 8\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $(3, e^2]$ B. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
C. $\{4, 5, 6, 7\}$ D. $\emptyset$
- [2026·山东泰安一模] 函数 $f(x) = (x - 1) \times 2^x - 26$ 的零点所在的区间为 ()
A. $(1, 2)$ B. $(2, 3)$
C. $(3, 4)$ D. $(4, 5)$
- [2026·湖北黄冈模拟] 已知函数 $f(x) = |3^x - 2| - t + 1$ 有两个零点, 则 t 的取值范围是 ()
A. $(1, +\infty)$ B. $(2, +\infty)$
C. $(1, 2)$ D. $(1, 3)$
- 已知函数 $f(x) = \frac{e^{x-1} + e^{1-x}}{2} + 3$, 若关于 x 的方程 $a - f(x) = 0$ 有唯一解, 则实数 a 的值是 ()
A. 3 B. 4
C. 5 D. 6
- [2026·山东烟台二模] 已知某数据中心的算力 y 与芯片投入量 x (单位: 万片) 满足关系式 $y = M(1 - e^{-kx})$, $k > 0$, 其中 M 为该中心最大理论算力. 已知投入 2 万片芯片时, 算力 $y = \frac{M}{2}$, 若要求算力 $y \geq \frac{3M}{4}$, 则芯片投入量至少为 ()
A. 3 万片 B. 4 万片
C. 5 万片 D. 6 万片
- [2026·北京西城区二模] 设函数 $f(x) = (x - a) \ln(x + b)$, 若不等式 $f(x) < 0$ 的解集为 $\emptyset$, 则 ()
A. $a + b > 1$ B. $a + b < 0$
C. $a^2 + b^2 \geq \frac{1}{2}$ D. $a^2 + b^2 \leq \frac{1}{4}$
- [2026·广东深圳一模] 若实数 a, b, c 满足 $\sqrt{a} = 2^{-b} = -\log_2 c$, 则 a, b, c 的大小关系不可能是 ()
A. $c > a > b$ B. $c > b > a$
C. $b > a > c$ D. $b > c > a$
- [2026·湖南邵阳模拟] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 2, & x \leq 0, \\ |\ln x|, & x > 0, \end{cases}$ 若函数 $g(x) = [f(x)]^2 - af(x) + 5$ 有 8 个不同的零点, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(2\sqrt{5}, \frac{9}{2}]$ B. $(2\sqrt{5}, \frac{9}{2})$
C. $(\frac{9}{2}, \frac{14}{3}]$ D. $[\frac{9}{2}, \frac{14}{3})$

二、多选题

- [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 若 $0 < a < b < 1$, 则下列结论正确的是 ()
A. $(\log_a b)^2 < 1$
B. $\log_a b + \log_b a > 2$
C. $\log_a b < \log_b a$
D. $|\log_a b| + |\log_b a| > |\log_a b + \log_b a|$
- 设函数 $f(x) = x^3 - ax + 1 (a \in \mathbf{R})$, 则 ()
A. 点 $(0, 1)$ 是 $y = f(x)$ 图象的对称中心
B. 当 $a = 3$ 时, 函数 $y = f(x)$ 有三个零点
C. 当 $a = 0$ 时, 直线 $y = 1$ 不是曲线 $y = f(x)$ 的切线
D. 若 $f(x)$ 有三个不同的零点 x_1, x_2, x_3 , 则 $x_1 + x_2 + x_3 = 0$

三、填空题

- [2026·河南濮阳一模] 已知函数 $f(x) = 2^x + x - 1$, $g(x) = \log_2 x + x - 1$, $h(x) = x^3 + x - 1$ 的零点分别为 a, b, c , 则 a, b, c 的大小关系为_____.
- 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 若函数 $f(x) = x^2 - ax - b$ 在区间 $[3, 4]$ 上至少有一个零点, 则 $a^2 + b^2$ 的最小值是_____.

小题5 函数的性质

(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

1. [2026·山东聊城一模] 下列函数中,在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的是 ()

A. $y = x^{\frac{1}{2}}$ B. $y = |\log_{\frac{1}{3}} x|$
C. $y = -\left(\frac{2}{3}\right)^x$ D. $y = \frac{1}{x} - x$

2. [2026·河北石家庄二模] 若函数 $f(x) = \frac{x}{2^x + 1} + ax + 1$ 为偶函数,则 $f(2a) =$ ()

A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{7}{3}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{5}{6}$

3. 已知函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,设 $g(x) = f(-x) - f(x)$,则函数 $g(x)$ 是 ()

A. 奇函数,且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增
B. 偶函数,且在 $\mathbf{R}$ 上单调递增
C. 奇函数,且在 $\mathbf{R}$ 上单调递减
D. 偶函数,且在 $\mathbf{R}$ 上单调递减

4. [2026·广东深圳一模] 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $f(2+x) = f(-x)$, $f(-1) = 1$,则 $f(9) =$ ()

A. -1 B. 0
C. 1 D. 2

5. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $y = f(2x+2)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{1}{2}$ 对称, $f(-1) = -3$,则 $f(985) =$ ()

A. 0 B. -3
C. 3 D. 4

6. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \log_3(x+2), & -2 < x \leq 1, \\ x + \frac{m}{x}, & x > 1 \end{cases}$ 在 $(-2, +\infty)$ 上单调递增,则 m 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1]$ B. $[-1, 1]$
C. $[0, 1]$ D. $[0, +\infty)$

7. 设函数 $f(x) = \ln|2x+1| - \ln|2x-1|$,则 $f(x)$ ()

A. 是偶函数,且在 $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上单调递增
B. 是奇函数,且在 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 上单调递减
C. 是偶函数,且在 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ 上单调递增
D. 是奇函数,且在 $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$ 上单调递减

8. [2026·山东青岛一模] 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且 $y = f(x-2)$ 为偶函数, $y = f(2x-1)$ 为奇函数, $f(0) = 1$,则 $\sum_{i=1}^{2026} f(i) =$ ()

A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

二、多选题

9. [2026·江苏南京二模] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ -f(x-1), & x > 1, \end{cases}$ 则 ()

A. $f(2) = 1$
B. $\forall x > 0, f(x+2) = f(x)$
C. $f(x)$ 在 $(7, 8)$ 上单调递减
D. $f(x)$ 有且仅有 1 个零点

10. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且满足 $f(x) = f(2-x)$, $f(x) = -f(x+2)$,当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) = 2x^2 - x$,则 ()

A. $f(x)$ 是奇函数
B. $f(2028) = 0$

C. $f(x)$ 的最小值是 $-\frac{1}{8}$

D. 方程 $f(x) = \frac{1}{8}$ 在区间 $[0, 2028]$ 上恰有 1014 个实数解

三、填空题

11. [2026·河南郑州模拟] 写出一个满足下列条件的函数 $f(x)$ 的解析式:_____.

① $f(-x) = f(x)$;

② 对任意正数 $x, t, f(x+t) > f(x)$;

③ $\forall x_1, x_2 \in (0, +\infty), f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) > \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$;

④ $f(x_1 x_2) = f(x_1) + f(x_2)$.

12. [2026·广东珠海模拟] 已知函数 $f(x)$, $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$,其中 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数,且 $f(x) + g(x) = ax^2 - x - 2$,若对于任意 $1 < x_1 < x_2 < 6$,都有 $\frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2} > -2$,则实数 a 的取值范围是_____.

班级

姓名

题号 答案区

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

小题6 导数的几何意义

(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

1. 曲线 $y = x \ln x$ 在 $x = 1$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为 ()

- A. 4 B. 3 C. 1 D. $\frac{1}{2}$

2. 若函数 $f(x) = x^2 + 3x - 4 \ln x$, 点 P 是曲线 $y = f(x)$ 上任意一点, 则点 P 到直线 $l: x - y - 3 = 0$ 的距离的最小值为 ()

- A. $4\sqrt{2}$ B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$
C. $3\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

3. [2026·陕西西安模拟] 若直线 $y = 6x + 7$ 是曲线 $y = e^x + 5x + a$ 的切线, 则 $a =$ ()

- A. 4 B. 5
C. 6 D. 7

4. [2026·江西宜春模拟] 已知偶函数 $f(x)$ 满足当 $x > 0$ 时, $f(x) = x + \sin(x - 1)$, 则 $f(x)$ 的图象在 $x = -1$ 处的切线方程为 ()

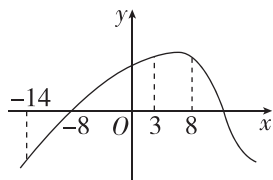
- A. $2x + y + 3 = 0$ B. $2x - y + 1 = 0$
C. $2x - y - 1 = 0$ D. $2x + y + 1 = 0$

5. [2026·重庆模拟] 若直线 $y = kx + 1 (k \in \mathbf{R})$ 是曲线 $y = \ln x + 2$ 与曲线 $y = e^x + b (b \in \mathbf{R})$ 的公切线, 则 $b =$ ()

- A. 0 B. 1
C. e D. $\frac{1}{e}$

6. 函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 记 $f(x)$ 的导数为 $f'(x)$, 则下列选项中的值最大的是 ()

- A. $f(3)$
B. $3f'(3)$
C. $f(-14)$
D. $f'(8)$



7. [2026·广东中山模拟] 若过点 (a, b) 可以作曲线 $y = e^x$ 的两条切线, 则 ()

- A. $e^b < a$ B. $e^a < b$
C. $0 < a < e^b$ D. $0 < b < e^a$

8. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x^2} + 3$, 若曲线 $y = f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线也是曲线 $y = e^{ax+b+1}$ 的切线, 则 ab 的最大值为 ()

- A. $3e$ B. $\frac{2}{e}$
C. $\frac{3}{e^3}$ D. $\frac{2}{e^2}$

二、多选题

9. 曲线 $y = x^2 - 1$ 与曲线 $y = \ln x$ ()

- A. 在点 $(1, 0)$ 处相交
B. 在点 $(1, 0)$ 处相切
C. 存在相互平行的切线
D. 有两个交点

10. 已知两曲线 $y = \ln x$ 与 $y = mx^2 + \frac{1}{2} (m > 0)$ 存在两条公切线, 则实数 m 的值可能是 ()

- A. $\frac{1}{2e^2}$ B. $\frac{1}{e^2}$
C. $\frac{1}{e}$ D. 1

三、填空题

11. [2026·湖南新高考教学教研联盟三模] 已知 $f(x) = \sqrt{x} - 2 \ln x$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 _____.

12. 过坐标原点 O 可作函数 $f(x) = x + x \sin x$ 的图象的切线条数为 _____.

小题7 导数与函数的单调性、极值、最值

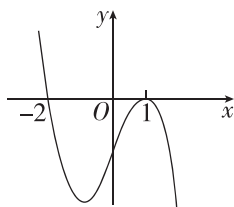
(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

1. 若函数 $f(x) = x^3 - ax$ 的单调递减区间为 $[-1, 1]$, 则 a 的值为 ()

A. 3 B. 1
C. -1 D. -3

2. [2026·北京顺义区模拟] 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x) = a(x+2)(x-1)^2$, $f'(x)$ 的图象如图所示, 则下列结论中正确的是 ()



- A. 函数 $f(x)$ 有 2 个极值点
B. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增
C. 存在 $M \in \mathbf{R}$, 对任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x) > M$
D. 对任意 $M \in \mathbf{R}$, 存在 $x_0 \in \mathbf{R}$, $f(x_0) < M$
3. 已知函数 $f(x) = x \ln x - x$, 则 $f(x)$ ()
- A. 有极小值, 且极小值点为 1
B. 有极大值, 且极大值点为 1
C. 有极小值, 且极小值点为 -1
D. 有极大值, 且极大值点为 -1

4. [2026·辽宁大连模拟] 若函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x + a \ln x$ 有且只有一个极值点, 则实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(1, +\infty)$ B. $(-\infty, 1]$
C. $(-\infty, 0]$ D. $[0, +\infty)$

5. [2026·江苏苏北七市三模] 设 $\mathbf{R}$ 上的可导函数 $f(x)$ 满足 $\frac{f'(x)}{2x-3} > 0$, 且 $f(x + \frac{3}{2})$ 是偶函数. 若 $a = f(0.2^3)$, $b = f(\log_2 3)$, $c = f(2)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $b > c > a$

6. 设 $a \neq 0$, 若 a 为函数 $f(x) = a(x-a)^2(x-b)$ 的极大值点, 则 ()
- A. $a < b$ B. $a > b$
C. $ab < a^2$ D. $ab > a^2$

7. [2026·河北石家庄二模] 若函数 $f(x) = \sin 2x + b \cos 2x$ 在区间 $[\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}]$ 上单调递减, 则实数 b 的值为 ()

A. $-\sqrt{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\sqrt{3}$

8. [2026·江苏苏锡常镇四市二模] 已知函数 $f(x) = |x^3 - 3x^2 + kx|$ ($k > 2$), $g(x) = \frac{x}{e^{x-1}}$ (e 为自然对数的底数), 若对任意 $x' \in [0, 2]$, 总存在 $x_0 \in [0, 2]$, 使得 $f(x') \leq g(x_0)$, 则实数 k 的最大值为 ()

A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{5}{2}$

C. e D. $2\sqrt{2}$

二、多选题

9. [2026·福建福州模拟] 设函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 1$, 则下列说法中正确的有 ()
- A. 函数 $y = f(x+1) + 10$ 是奇函数
B. $f(x)$ 在区间 $(-1, 1)$ 上单调递增
C. 直线 $y = 0, y = 6$ 与曲线 $y = f(x)$ 的公共点个数不相等
D. 斜率为 -12 的直线与曲线 $y = f(x)$ 有且仅有一个公共点

10. [2026·山东青岛一模] 已知函数 $f(x) = \ln|x| + x^2 - \frac{1}{x^2}$, 则 ()
- A. $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增
B. $f(x)$ 恰有两个零点
C. 不等式 $f(x) < f(1-x)$ 的解集为 $\{x \mid 0 < x < \frac{1}{2}\}$
D. 若 $f(m) + f(n) = 0$, 则 $m^2 + n^2$ 的最小值为 2

三、填空题

11. 已知函数 $f(x) = a(1 + \ln x) + \frac{b}{x}$ 在 $x = 1$ 处取得极值 2, 则 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最大值为 _____.
12. [2026·湖北武汉三模] 已知不等式 $e^{ax} + e^{\frac{a}{x}} \leq 2e^a$ 对任意 $x \in (0, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围为 _____.

班级
姓名

题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12

小题 8 导数中的函数构造问题

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

- 已知 $a = \frac{\ln 2}{2^2}, b = \frac{\ln 3}{3^2}, c = \frac{\ln 4}{4^2}$, 则 ()
 - $a < b < c$
 - $c < b < a$
 - $c < a < b$
 - $b < a < c$
- 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a > b$ ”是“ $a - \cos b > b - \cos a$ ”的 ()
 - 充分不必要条件
 - 必要不充分条件
 - 充要条件
 - 既不充分也不必要条件
- 若 a, b 为正实数, 且 $a > b$, 则下列不等式成立的是 ()
 - $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$
 - $\ln a < \ln b$
 - $a \ln a > b \ln b$
 - $a - b < e^a - e^b$
- 已知 $f'(x)$ 是定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的导函数, 满足 $f'(x) - f(x) > 0$, 且 $f(1) = 2e$, 则不等式 $f(x) - 2e^x > 0$ 的解集为 ()
 - $(\frac{1}{e}, 1)$
 - $(\frac{1}{e}, e)$
 - $(1, +\infty)$
 - $(\frac{1}{e}, +\infty)$
- [2026 · 贵州贵阳模拟] 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x) < 2x$, 且 $f(5) = 3$, 则不等式 $f(2x - 1) + 4x > 4x^2 - 21$ 的解集是 ()
 - $(-\infty, 3)$
 - $(3, +\infty)$
 - $(0, 3)$
 - $(\frac{1}{2}, 3)$
- [2026 · 湖南常德模拟] 若关于 x 的不等式 $e^x + x + \ln \frac{1}{x} \geq mx + \ln m$ 恒成立, 则实数 m 的最大值为 ()
 - 2
 - e
 - 3
 - e^2

- [2026 · 吉林白山模拟] 函数 $f(x) = a \ln x - \frac{2 \ln x}{x} + \frac{2b}{x} - ab$, 若 $f(x) \geq 0$ 恒成立, 则 $a(b+1)$ 的取值范围是 ()
 - $(-\infty, e]$
 - $(0, 2e]$
 - $[2, +\infty)$
 - $(-\infty, 2]$
- 设实数 $\lambda > 0$, 若对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 不等式 $e^{\lambda x} - \frac{\ln x}{\lambda} \geq 0$ 恒成立, 则 λ 的最小值为 ()
 - $\frac{1}{e}$
 - $\frac{1}{2e}$
 - $\frac{2}{e}$
 - $\frac{e}{3}$

二、多选题

- [2026 · 河北沧州三模] 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \sin x + f'(x) \cos x > 0$, 则 ()
 - $\sqrt{2} f(\frac{\pi}{6}) > \sqrt{3} f(\frac{\pi}{4})$
 - $f(\frac{\pi}{6}) < \sqrt{3} f(\frac{\pi}{3})$
 - $\sqrt{2} f(\frac{\pi}{6}) < \sqrt{3} f(\frac{\pi}{4})$
 - $f(\frac{\pi}{6}) > \sqrt{3} f(\frac{\pi}{3})$
- 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f(0) = -1$, 且 $f'(x) - f(x) > 3$, 则使不等式 $f(x) \geq 2e^x - 3$ 成立的 x 的值可能为 ()
 - 2
 - 1
 - 1
 - 2

三、填空题

- 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $xf'(x) - f(x) < 0$, 且 $f(2) = 0$, 则不等式 $(x-1)f(x) > 0$ 的解集为_____.
- [2026 · 湖南郴州一模] 已知实数 $x > 1$, 不等式 $\frac{e^x}{2a} - \ln \frac{2a(x-1)}{e} \geq 0$ 恒成立, 则实数 a 的最大值为_____.

小题9 三角恒等变换

(时间:30分钟 分值:62分)

一、单选题

- 在平面直角坐标系 xOy 中,角 α 以 Ox 为始边, $P(-1,2)$ 为 α 终边上一点,则 $\tan 2\alpha =$ ()
 A. $\frac{4}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$
 C. $\frac{4}{5}$ D. $-\frac{4}{5}$
- [2026·广东深圳一模] 已知 $\cos \theta = \frac{4}{5}$, $\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\sin(\theta - \frac{\pi}{4}) =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{2}}{5}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{10}$
 C. $\frac{\sqrt{2}}{10}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{5}$
- 已知 $\sin(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}$, $\tan \alpha = 3\tan \beta$, 则 $\sin(\alpha - \beta) =$ ()
 A. $-\frac{2}{3}$ B. $\frac{2}{3}$
 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$
- [2026·江苏南京二模] 已知 $\sin \alpha + 2\cos \alpha = \sqrt{5}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
 A. -2 B. $-\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- [2026·福建福州模拟] 已知 α, β 都是锐角, $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$, $\cos(\alpha + \beta) = -\frac{11}{14}$, 则 $\cos 2\beta =$ ()
 A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$
 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- [2026·山东烟台二模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\cos C = \sin A \cos A = \sin B \cos B$, 若 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{5}$, 则 a 的值为 ()
 A. 10 B. 5
 C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{5}$

- [2026·湖南邵阳模拟] 已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{3})$, $\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{4}{5}$, $2\sin \beta = \sin(2\alpha + \beta)$, 则 $\alpha + \beta =$ ()
 A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{12}$
- [2026·陕西西安模拟] 已知 $\cos \alpha + 2\sin \beta = 1$, 且 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $M = 2\cos \alpha - \cos 2\beta$ 的取值范围是 ()
 A. $(0, 1)$ B. $(-\frac{1}{2}, 1)$
 C. $(-1, 1)$ D. $(-\frac{1}{2}, 0)$

二、多选题

- [2026·广东佛山模拟] 已知 $\tan \theta = 2$, 则 ()
 A. $\tan \frac{\theta}{2} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
 B. $\tan 2\theta = -\frac{4}{3}$
 C. $\cos 2\theta = -\frac{3}{5}$
 D. $2\sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = 3$
- 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$, $\tan \beta = \frac{12}{5}$, 则 ()
 A. $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$
 B. $\sin \alpha - \cos \alpha = -\frac{1}{5}$
 C. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{33}{65}$
 D. $\frac{\sin 2\beta + 4\cos^2 \beta}{\sin^2 \beta - 4\cos^2 \beta} = \frac{1}{5}$

三、填空题

- [2026·山东青岛二模] 已知角 α, β 的终边不重合, 且 $\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \beta = \sin \beta + \sqrt{3} \cos \alpha$, 则 $\tan(\alpha + \beta) =$ _____.
- 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , $\frac{c \cos A}{a \cos C} + \frac{2c \cos B}{b \cos C} = 3$, 则 $\frac{1}{\tan A} + \frac{2}{\tan B}$ 的最小值为 _____.

班级

姓名

题号 答案区

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

小题 10 三角函数的图象与性质

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

1. 奇函数 $f(x) = 2\cos(2x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 的单调递减区间可以是 ()

A. $[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ B. $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{4}]$
C. $[0, \frac{\pi}{2}]$ D. $[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$

2. 为了得到函数 $y = 2\sin(4x - \frac{\pi}{4})$ 的图象, 只需将函数 $y = 2\sin x$ 图象上的 ()

A. 每个点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$, 纵坐标不变, 再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

B. 每个点的横坐标缩短到原来的 $\frac{1}{4}$, 纵坐标不变, 再向右平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位长度

C. 每个点的横坐标伸长到原来的 4 倍, 纵坐标不变, 再向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位长度

D. 每个点的横坐标伸长到原来的 4 倍, 纵坐标不变, 再向左平移 $\frac{\pi}{16}$ 个单位长度

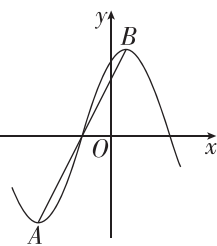
3. [2026 · 广东深圳一模] 若函数 $f(x) = \sin(\omega x - \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π , 则其图象的对称中心可以为 ()

A. $(\frac{5\pi}{8}, 0)$ B. $(\frac{\pi}{2}, 0)$
C. $(\frac{3\pi}{8}, 0)$ D. $(\frac{\pi}{4}, 0)$

4. [2026 · 浙江杭州二模] 设函数 $y = \sqrt{3}\sin(4x + \varphi) + \cos(4x + \varphi)$ ($0 < \varphi < \pi$) 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 对称, 则 $\varphi =$ ()

A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 已知函数 $f(x) = 2\sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图, A, B 是相邻的最低点和最高点, 直线 AB 的方程为 $y = 2x + \frac{4}{3}$, 则



$f(4) =$ ()
A. $-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

6. [2026 · 福建福州模拟] 当 $x \in [0, 2\pi)$ 时, 函数 $f(x) = 2\cos(3x + \frac{\pi}{4}) + \sin x$ 的零点个数

为 ()
A. 3 B. 4 C. 6 D. 8

7. [2026 · 北京卷] $f(x) = \sin(x + \varphi)$ ($0 < \varphi < 2\pi$), 将 $f(x)$ 的图象向右平移 3φ 个单位长度, 得到的函数图象与 $f(x)$ 的图象关于 x 轴对称, 则 φ 的取值个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. [2026 · 湖北武汉三模] 已知函数 $f(x) = \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega \in \mathbf{R}, 0 < \varphi < \pi$), 若不等式 $|f(x)| \leq |2\sin x|$ 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则满足条件的 ω 的取值为 ()

A. 3 个 B. 5 个
C. 7 个 D. 无穷多个

二、多选题

9. [2026 · 辽宁大连一模] 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \pi$) 的图象经过点 $(0, \sqrt{3})$, 并且在 y 轴右侧的第一个零点为 $\frac{\pi}{9}$, 第一个最低点为 $(\frac{5\pi}{18}, -2)$, 则 ()

A. $\omega = 2$

B. $\varphi = \frac{2\pi}{3}$

C. 将 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{18}$ 个单位长度, 得到一个偶函数的图象

D. 当 $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ 时, 函数 $f(x)$ 的取值范围为 $[-2, 2]$

10. [2026 · 江苏苏锡常镇四市二模] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\tan A + \tan B + \tan C = \sqrt{3} \tan A \tan B$. 设函数 $f(x) = \sin x - \sin(x + C)$, 则 ()

A. $C = \frac{\pi}{3}$

B. $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}]$ 上单调递增

C. $f(A + 3B) + f(3A + B) = 0$

D. $f(x)$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上有且仅有 3 个零点

三、填空题

11. 已知函数 $f(x) = a\sin x + \sqrt{3}\cos x$ ($a > 0$) 满足 $f(x) \leq f(\frac{\pi}{6})$. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[x_1, x_2]$ 上单调, 且 $f(x_1) + f(x_2) = 0$, 则 $\sin(x_1 + x_2) =$.

12. 已知向量 $a = (1, 0), b = (0, 1), c = (\cos \theta, \sin \theta), \theta \in [0, 2\pi)$. 若 $a \cdot b = [a \cdot c] + [b \cdot c]$ (其中 $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数), 如 $[3.1] = 3, [-1.7] = -2$, 则 $|a + b + c|$ 的取值范围为 .

小题 11 平面向量

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

- [2026·山东烟台二模] 已知向量 $\mathbf{a}=(1,2)$, $\mathbf{b}=(2,x)$, 若 $\mathbf{a} \perp (2\mathbf{a}+\mathbf{b})$, 则 $x=$ ()
A. -2 B. -4
C. -6 D. -8
- 已知点 $A(1,1)$, $B(m,3)$, O 为坐标原点, 则“ $\overrightarrow{OA}$ 和 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角为锐角”是“ $m>-3$ ”的 ()
A. 充要条件
B. 充分不必要条件
C. 必要不充分条件
D. 既不充分也不必要条件
- [2026·江苏苏锡常镇四市调研] 在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 BC 的中点, 若 $\overrightarrow{AB}=m\overrightarrow{AE}+n\overrightarrow{AD}$, 则 ()
A. $m-n=-\frac{1}{2}$ B. $m-n=\frac{1}{2}$
C. $m+n=-\frac{1}{2}$ D. $m+n=\frac{1}{2}$
- [2026·湖南教育教研联盟三模] 已知单位向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ 满足 $\mathbf{a}-\mathbf{b}+2\mathbf{c}=\mathbf{0}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=($)
A. -2 B. -1
C. 1 D. 2
- [2026·广东深圳一模] 已知向量 $\mathbf{a}=(2,4)$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=10$, 则向量 $\mathbf{b}$ 在向量 $\mathbf{a}$ 上的投影向量为 ()
A. $(4,2)$ B. $(2,4)$
C. $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ D. $(1,2)$
- [2026·北京西城区二模] 在长方形 $ABCD$ 中, $AD=4$, $AB=1$, E 是边 BC 上一点, 则 $|\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{ED}|$ 的最小值为 ()
A. 1 B. 2
C. 3 D. 4
- [2026·浙江杭州二模] 已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}|=2|\mathbf{b}|=2$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=-1$, 设 $\mathbf{c}=x\mathbf{a}+y\mathbf{b}$, 且 $2x+y=1$, 则 $|\mathbf{c}|$ 的最小值为 ()
A. 2 B. 1 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

- [2026·黑龙江哈尔滨二模] 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $A(1,3)$, 点 $P(2,0)$, 动点 B 满足 $|\overrightarrow{PB}|=1$, 点 C 满足 $\overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$, 记 $\triangle OAC$ 的面积为 S , 则 S 的最大值为 ()

- A. $\frac{6+\sqrt{10}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{10}+5}{10}$
C. $\frac{\sqrt{10}+6}{4}$ D. $\frac{6\sqrt{10}+10}{10}$

二、多选题

- 已知 $\overrightarrow{AB}=(-1,1)$, $\overrightarrow{AC}=(2,1)$, 则下列结论正确的是 ()
A. $\overrightarrow{BC}=(3,0)$
B. $\overrightarrow{AB} \cdot (2\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC})=5$
C. $\cos\langle\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\rangle=-\frac{\sqrt{10}}{10}$
D. 若 $\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AC}=(3\mu, \lambda+1)$, 则 $\mu-\lambda=2$
- [2026·河北石家庄二模] 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=2$, $AC=1$, $A=\frac{\pi}{3}$, $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$, 点 P 为 AD 的中点, 则下列结论正确的有 ()
A. $|\overrightarrow{AD}|=\frac{\sqrt{3}}{3}$
B. $\overrightarrow{PB}=\frac{5}{6}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$
C. 向量 $\overrightarrow{PB}$ 在向量 $\overrightarrow{AB}$ 上的投影向量为 $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$
D. 若 $\overrightarrow{AM}=\lambda\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\mu\overrightarrow{AC}$, $\lambda>0$, $\mu>0$, 且 M, N, D 三点共线, 则 $\frac{1}{\lambda}+\frac{2}{\mu}=3$

三、填空题

- [2026·山东潍坊三模] 若两个单位向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|2\mathbf{a}-\mathbf{b}|=\sqrt{3}$, 则向量 $\mathbf{a}-\mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{b}-\mathbf{a}$ 的夹角为_____.
- [2026·湖北襄阳模拟] 在平面直角坐标系 xOy 中, 若平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $\mathbf{a}=(1, \sqrt{3})$, $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|=3$, 则 $|\mathbf{b}|$ 的取值范围是_____.

小题 12 解三角形

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

1. [2026·福建莆田二模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $a=5, b=7, c=8$, 则 $B=$ ()

A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{3}$
C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

2. [2026·湖北荆州模拟] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $C=\frac{\pi}{4}$,

$\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{2}}{4}c^2$, 则 $\sin A \sin B=$ ()

A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. [2026·湖南怀化一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a \sin C + b = 2b \cos^2 \frac{A}{2} + a \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 一定为 ()

A. 直角三角形 B. 等腰三角形
C. 等腰直角三角形 D. 钝角三角形

4. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=4, BC=5, AC=\sqrt{21}$, D 为 AC 边上一点, 且 BD 平分 $\angle ABC$, 则 $BD=$ ()

A. $\frac{20\sqrt{3}}{9}$ B. $\frac{\sqrt{21}}{3}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{14}{3}$

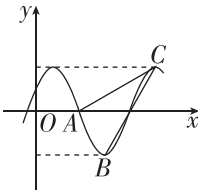
5. [2026·北京海淀区一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, B=\frac{\pi}{4}, \sin C=\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 ()

A. $c < a < b$ B. $b < a < c$
C. $c^2 + b^2 < a^2$ D. $c^2 + a^2 < b^2$

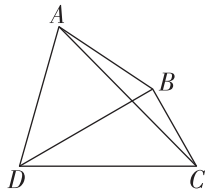
6. 函数 $y=A \sin(\omega x + \varphi) (A > 0, \omega > 0, 0 < \varphi < \pi)$ 的部分图象如图所示, $|AC|=2\sqrt{3}, \angle ACB=$

$\frac{\pi}{6}$, 则 $\omega=$ ()

A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{\pi}{2}$ D. π



7. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADB = \angle DCA = 45^\circ, \angle BDC = 30^\circ, \angle BCA = 15^\circ, AB = 5\sqrt{5}$, 则 CD 的长为 ()



A. $5\sqrt{3}$ B. $5\sqrt{5}$
C. $10\sqrt{3}$ D. $10\sqrt{5}$

8. 在锐角三角形 ABC 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $\sqrt{2}a \sin B = b \cos(A - \frac{\pi}{4})$, $AC=2$, 则 AC 边上的高的取值范围是 ()

A. $(1, \sqrt{2})$ B. $(1, 2)$
C. $(1, 2\sqrt{2})$ D. $(\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$

二、多选题

9. [2026·浙江温州一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 则 $\triangle ABC$ 是等腰三角形的充分条件是 ()

A. $\sin A = \sin B$ B. $a \cos A = b \cos B$
C. $a \cos B = b \cos A$ D. $a \tan A = b \tan B$

10. [2026·浙江杭州二模] 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=5, BC=4, \cos \angle BAC = \frac{3}{5}$, 则 ()

A. $\sin \angle BAC = \frac{3}{4}$
B. $\triangle ABC$ 的面积为 6
C. $|\vec{CA} - \vec{CB}| = 3$
D. $\vec{AC} \cdot \vec{CB} = 16$

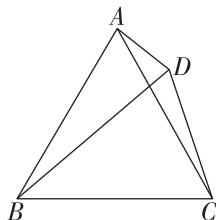
三、填空题

11. [2026·辽宁大连一模] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $A=2B, a=8, b=5$, 则 $\cos B=$ _____.

12. [2026·吉林长春模拟] 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos(B-C) = \cos A(2\sqrt{3} \cdot b \sin C - a)$.

(1) $A=$ _____;

(2) 如图, 若 $B=\frac{\pi}{3}$, 在 $\triangle ABC$ 所在平面内取一点 D (D 与 B 在 AC 两侧), 使得线段 $DC=2, DA=1$, 则 $\triangle BCD$ 面积的最大值为 _____.



小题 13 等差数列、等比数列的基本运算

(时间:30 分钟 分值:62 分)

一、单选题

- [2026·辽宁大连一模] 已知等差数列 $\{a_n\}$, 若 $a_3 + a_5 = 2$, 则 $a_2 + a_4 + a_6 =$ ()
A. 6 B. 4 C. 3 D. 2
- [2026·湖北武汉三模] 若等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则“ $0 < q < \frac{1}{3}$ ”是“ $\{a_n\}$ 是递减数列”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
- [2026·湖南长沙模拟] 已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_3 + a_5 + a_7 = -8$, $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5} + \frac{1}{a_7} = -2$, 则 $a_5 =$ ()
A. $-2\sqrt{2}$ B. $\pm 2\sqrt{2}$
C. -2 D. ± 2
- 设公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_7 = 28$, 若 a_3, a_4, a_8 成等比数列, 则 $a_8 =$ ()
A. 16 B. 8
C. 4 D. 2
- 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $2a_n = a_{n-1} + a_{n+1} (n \geq 2)$, $a_1 = 9$, $S_9 = 45$, 则当 S_n 取得最大值时, $n =$ ()
A. 9 B. 10
C. 9 或 10 D. 10 或 11
- [2026·内蒙古包头一模] 记 S_n 为各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $4S_4 = 5(a_3 + a_4)$, 则数列 $\{a_n\}$ 的公比为 ()
A. 4 B. -1
C. 1 D. 2
- [2026·福建莆田模拟] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 = 7$, $S_6 = 63$, 则函数 $f(n) = \frac{n-1}{a_n}$ 的最大值为 ()
A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$
C. $\frac{1}{2}$ D. 1
- [2026·河北邯郸三模] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1 = 3$, 且 $a_{2n} = 2a_n - 1$. 若 $b_n = 2^{n-1}$, 令 $c_n = a_{b_n}$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 则当 $S_n < 2026$ 时, n 的最大值为 ()
A. 11 B. 10
C. 9 D. 8

二、多选题

- [2026·四川成都二模] 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_4 = 7$, $S_3 = 9$, 则 ()
A. $a_2 = 3$
B. $a_{2n} = 2a_n - 1$
C. $\{\sqrt{S_n}\}$ 为等差数列
D. $\{S_{2n}\}$ 为等比数列
- 已知数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的前 n 项和分别为 S_n , T_n , 且满足 $a_1 = -6$, $a_n = \frac{S_n}{n} + (n-1)$, $b_n = (-1)^n \cdot a_n$, 则下列结论正确的是 ()
A. $a_n = -2n - 4$ B. $S_5 + T_5 = -8$
C. $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是等差数列 D. $T_{2n+1} = 6 - 2n$

三、填空题

- [2026·湖南邵阳三模] 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 40$, $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} = \frac{40}{9}$, 则 $a_3 =$ _____.
- [2026·湖北孝感一模] 已知数列 $\{a_n\}$ 为等比数列, $a_1 = 4096$, 公比 $q = \frac{1}{2}$, T_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项积. 若 $T_n < 1$, 则 n 的最小值为 _____.

班级

姓名

题号 答案区

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12